

La modélisation avancée des massifs de sol constitue un enjeu fondamental dans la gestion efficace des risques géotechniques. En s'appuyant sur les progrès récents en caractérisation des sites, il est envisageable d'aller au delà des méthodes classiques de calcul. Toutefois, la simulation numérique par la méthode des éléments finis présente plusieurs limitations concernant le comportement mécanique auxquelles l'approche du bipotentiel peut apporter une réponse élégante. En parallèle, le recours à des méthodes sans maillage permet de contourner les problèmes pratiques liés aux modifications spécifiques de morphologie apparaissant en cours de simulation.

Comportement des massifs de sol

Pour l'ingénieur, les sols sont des matériaux meubles présents à la surface de la terre qui peuvent être différenciés sur base de leur granularité et de la nature minéralogique des grains susceptible de conférer des propriétés particulières telles que la cohésion ou la plasticité. D'un point de vue mécanique, on distingue ainsi les massifs pulvérulents où la résistance est conditionnée par les phénomènes de frottement des massifs cohérents où la résistance est conditionnée par les phénomènes de frottements et la cohésion.



Fig 1 - Glissement de terrain

De par leur caractère fondamentalement tri-phasique (grains+air+eau), les massifs de sols devraient être traités comme des ensembles discontinus. Cependant, les difficultés liées à la simulation à grande échelle de milieux granulaires amène généralement l'ingénieur à considérer un milieu continu équivalent.

Approches classiques de la stabilité

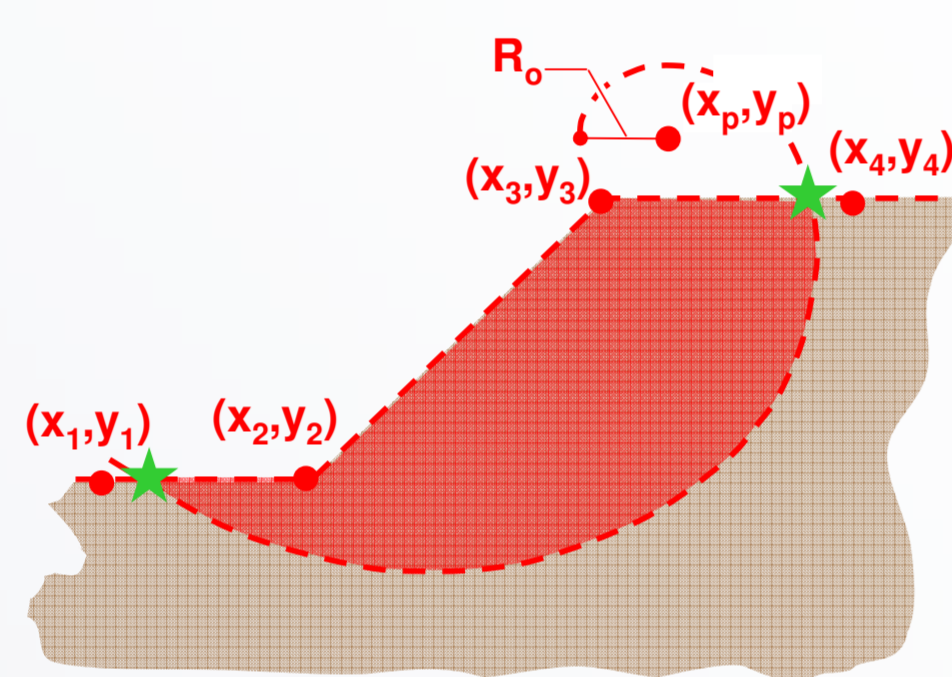


Fig 2 - Stabilité selon Rendulic

Pendant longtemps, la prévision du comportement des massifs de sol n'a pu que s'appuyer sur des méthodes de « bon sens » généralement associées à des procédés graphiques qui ne permettent à l'ingénieur de garantir la stabilité d'un système qu'en imposant un coefficient de sécurité élevé. Dans ce contexte, on peut citer les contributions de COULOMB, FELLENIUS ou RENDULIC qui peuvent être complétées par les approches de RANKINE et ses successeurs.

Simulation numérique de massifs de sol

La méthode des éléments finis a vu le jour dans le cadre des recherches de RITZ et GALERKIN. Elle a ensuite pu initier son application aux problèmes d'engineering dans la continuité des travaux de ZIENKIEWICZ.

En s'appuyant sur une discrétisation du système mise en œuvre sous la forme d'un maillage, la méthode s'attache à déterminer les valeurs de déformations et contraintes aux points d'intégration de chaque élément. A partir de là, il devient possible de reconstruire le champs de contraintes et déformations sur l'ensemble du système par interpolation, au moyen des fonctions de forme.

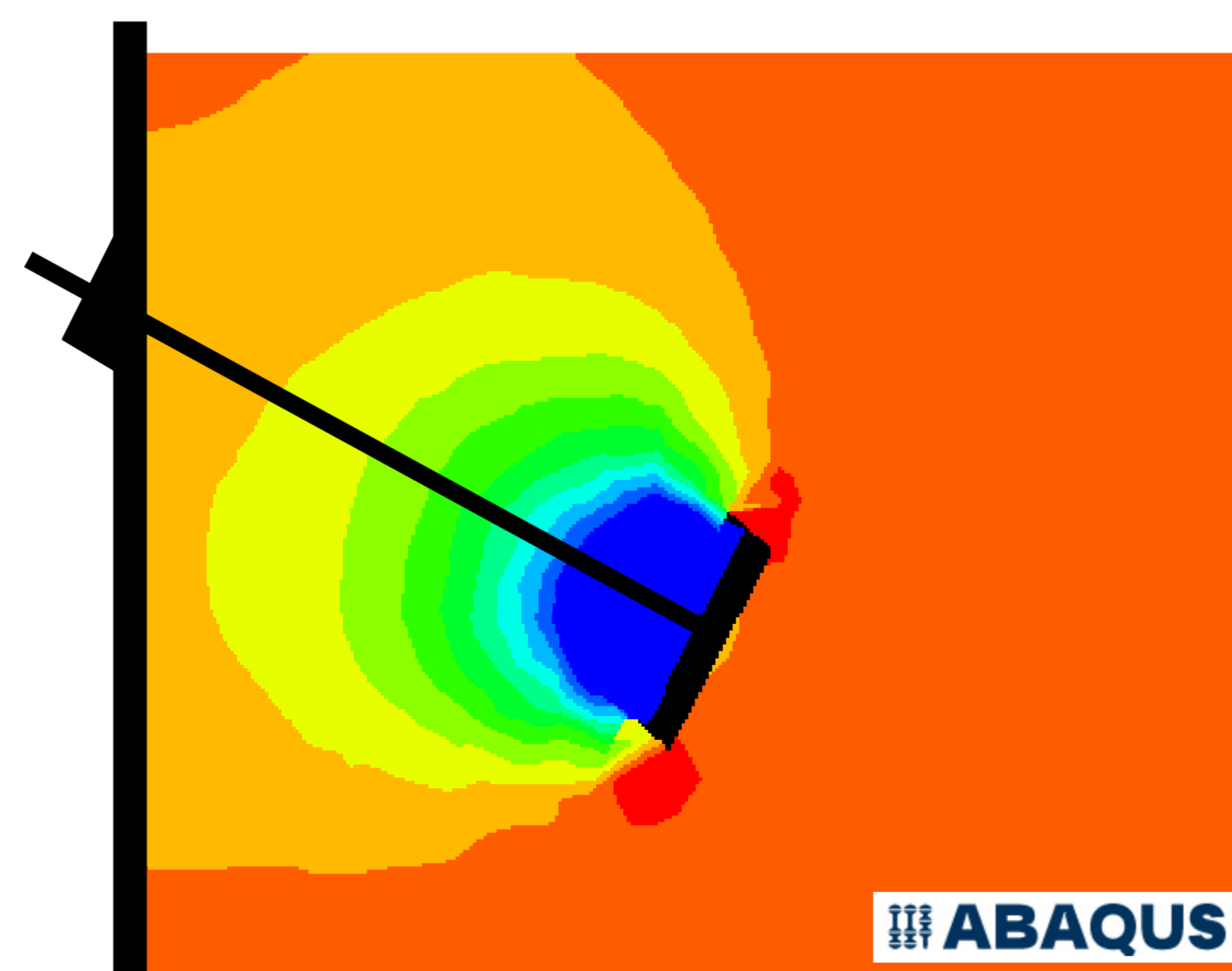


Fig 3 - Ancrages géotechniques et simulation numérique

La simulation de matériaux à comportement élastique linéaire est depuis longtemps devenue un problème classique. Au fur et à mesure du développement informatique, diverses améliorations ont pu être apportées aux modèles de comportement, permettant d'abord de prendre en compte les phénomènes usuels de plasticité tels que ceux rencontrés dans les alliages métalliques.

En parallèle, plusieurs lois de comportement plus spécifiquement adaptées aux géomatériaux ont vu le jour et ont été implémentés au sein de logiciels avancés.

Apport de l'approche du bipotentiel

Pour la simulation numérique du comportement de matériaux non standards, l'approche du bipotentiel développée par DE SAXCE constitue une alternative intéressante, efficace et particulièrement élégante.

Elle peut se concevoir assez facilement si on se souvient qu'il est possible de « stocker » de manière compacte toute l'information concernant un matériau élastique au sein d'une seule fonction, appelée le potentiel. Un potentiel étant, par définition, toujours différentiable et son gradient toujours unique, la loi est univoque et bijective, ce qui convient parfaitement pour décrire un comportement réversible. Cette approche du potentiel, en s'associant à la puissance du calcul variationnel, permet une simulation efficace des problèmes classiques.

Pour l'étude de matériaux dissipatifs à comportement standard (acier,...), l'approche du potentiel n'est plus suffisante car les lois ne sont pas toujours univoques. En s'appuyant sur le concept d'un surpotentiel qui ne serait pas forcément différentiable mais demeurerait toujours convexe, on peut dériver un gradient généralisé, appelé le sous-gradient, qui n'est pas unique. Cette non-unicité est particulièrement intéressante pour décrire des lois multivoques associées. Tout surpotentiel possède bien sûr un dual, formant ainsi un couple devant satisfaire l'inégalité fondamentale de Fenchel. L'approche du surpotentiel généralise le calcul variationnel en tolérant quelques infractions : les fonctionnelles étant convexes mais pas partout différentiables, leur minima sont caractérisés par des inéquations.

Pour la simulation de matériaux dissipatifs à comportement non standard (sols,...), les lois sont non associées et l'idée consiste alors à construire une fonction des deux variables duales, appelée bipotentiel, qui soit biconvexe et satisfasse une version généralisée de l'inégalité de Fenchel. Dans les faits, la loi de comportement se révèle associée sous la forme faible d'une relation implicite entre les variables duales. Cette normalité, faible mais retrouvée, permet aux théorèmes de borne de l'analyse limite et de l'adaptation plastique de trouver un cadre d'application plus vaste. En outre, la méthode du bipotentiel suggère de nouveaux algorithmes, rapides et robustes, ainsi qu'un estimateur de l'erreur en loi de comportement permettant de juger de la qualité du maillage éléments finis.

Apport des méthodes sans maillage

Si la méthode des éléments finis présente de nombreux atouts pour simuler numériquement le comportement de systèmes mécaniques, l'incidence de la discrétisation du système sur la précision voire la qualité des résultats n'en demeure pas moins fondamentale. On peut toutefois se prémunir d'erreurs grossières en respectant quelques règles de bonnes pratiques liées à la qualité du maillage initial : densité, structuration, ...

Néanmoins, lorsque le système étudié est amené, sous l'effet des sollicitations qui lui sont appliquées, à subir des modifications importantes de la morphologie initiale, le maillage peut subir des altérations sensibles et le souci de précision peut amener l'utilisateur à recourir à un remaillage du système lors de chaque itération. De telles approches sont maîtrisées par la plupart des logiciels avancés mais requièrent des moyens importants en cours de simulation.

Les méthodes sans maillage permettent de contourner les problèmes liés aux grandes déformations. Ces méthodes recourent au concept d'interpolation nodale, ne nécessitant donc pas d'associer le processus à la définition d'éléments (notion de connectivité entre les nœuds) et permettant ainsi un enrichissement facile, en cours de calcul, du support d'interpolation dans les zones se révélant problématiques. Ensuite, le recours à une méthode particulière utilisant le principe des moindres carrés mobiles permet de ramener la démarche d'interpolation sous la forme d'un problème de minimisation.

Conclusions et perspectives

L'approche du bipotentiel a été imaginée à la fin du 20^{ème} siècle afin de répondre, de manière élégante, aux problèmes posés par les matériaux non standards.

Une implémentation nouvelle de cette approche est proposée au sein de l'environnement MATLAB. Cette approche a déjà pu montrer son intérêt dans la simulation de problèmes géotechniques.

Le couplage avec une approche sans maillage constitue une démarche originale et complexe mais elle pourrait contribuer à relever quelques-uns des défis qui se présentent d'ores et déjà aux ingénieurs du 21^{ème} siècle.